

## Lehrplan Mathematik

genehmigt von der Schulkommission der Mittelschulen im Kanton Zug  
am 29. April 2015

## Mathematik

### Allgemeine Bildungsziele

Mathematik im Grundlagenbereich vermittelt fachspezifische und fachübergreifende Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten. Das Fach leitet die Lernenden an, Problemstellungen zu analysieren, zu bearbeiten und zu lösen. Dadurch werden exaktes und folgerichtiges Denken, kritisches Urteilen sowie präziser Sprachgebrauch ebenso wie geistige Beweglichkeit, Konzentrationsfähigkeit und Ausdauer geübt. Durch die Förderung des mathematisch-logischen Denkens leistet die Mathematik einen wesentlichen Beitrag zu Bildung und Kultur.

Der Unterricht macht die Lernenden mit den spezifischen Methoden der Mathematik

vertraut. Die heutigen technischen Hilfsmittel (Taschenrechner, Computer) erlauben die Visualisierung der Mathematik und unterstützen die Erforschung von mathematischen Sachverhalten. Es werden Fertigkeiten erlernt, die auf andere Situationen übertragen und in anderen Wissenschaftsbereichen angewendet werden können.

Mathematik im Grundlagenbereich fördert insbesondere auch Kompetenzen wie Abstrahieren, Argumentieren und experimentelles Problemlösen und schafft damit bei den Lernenden das für ein Fachhochschulstudium erforderliche mathematische Verständnis.

### Überfachliche Kompetenzen

Die Lernenden werden in den folgenden überfachlichen Kompetenzen besonders gefördert:

- Reflexive Fähigkeiten: differenzierend und kritisch denken und urteilen; logisch argumentieren; mathematische Modelle (Formeln, Gleichungen, Funktionen, geometrische Skizzen, strukturierte Darstellungen, Ablaufpläne) in überfachlichen Anwendungen darstellen und kritisch reflektieren
- Sprachkompetenz: über die Mathematik als formale Sprache die allgemeine

Sprachkompetenz in Wort und Schrift weiterentwickeln; umgangssprachliche Aussagen in die mathematische Fachsprache übersetzen und umgekehrt; sich in der interdisziplinären Auseinandersetzung mit Fachleuten und Laien sprachlich gewandt und verständlich ausdrücken

- Arbeits- und Lernverhalten: Beharrlichkeit, Sorgfalt, Konzentrationsfähigkeit, Exaktheit und Problemlöseverhalten durch mathematische Strenge weiterentwickeln und sich neues Wissen mit Neugier und Leistungsbereitschaft aneignen

### Lektionendotation

1. Jahr	2. Jahr	3. Jahr
2 Lektionen	2 Lektionen	2 Lektionen

**Fachliche Grundkompetenzen**

Im Fach Mathematik sind folgende fachlichen Grundkompetenzen zu erreichen:

- mathematische Gesetzmässigkeiten verstehen, formulieren, interpretieren, dokumentieren und kommunizieren
- numerische und symbolische Rechenverfahren unter Berücksichtigung der entsprechenden Regeln durchführen
- Hilfsmittel nutzbringend einsetzen
- interdisziplinäre Probleme mit mathematischen Methoden bearbeiten

Verwendung von Hilfsmitteln im Typ Wirtschaft:

- Taschenrechner mit elementaren Finanzfunktionen, ohne ComputerAlgebraSystem (CAS), nicht grafikfähig
- Formelsammlung

**1. Semester**

Lerngebiete und Teilgebiete	Fachliche Kompetenzen	Ergänzungen, Konkretisierungen	Lektionen	Bemerkungen
Funktionen	Die Lernenden können			
Grundlagen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• reelle Funktionen als Zuordnung/Abbildung zwischen dem reellen Definitionsbereich <math>D</math> und dem reellen Wertebereich <math>W</math> verstehen und erläutern</li> <li>• mit Funktionen beschreiben wie sich Änderungen einer Grösse auf eine abhängige Grösse auswirken und damit auch den Zusammenhang als Ganzes erfassen</li> <li>• reelle Funktionen verbal, tabellarisch, grafisch (in kartesischen Koordinaten) und (stückweise) analytisch mit beliebigen Symbolen für Argumente und Werte lesen und interpretieren</li> <li>• Funktionsgleichung, Wertetabelle und Graph kontextspezifisch anwenden</li> <li>• reelle Funktionen (<math>D \rightarrow W</math>) in verschiedenen Notationen lesen und schreiben: Zuordnungsvorschrift <math>x \rightarrow f(x)</math> Funktionsgleichung <math>f: D \rightarrow W</math> mit <math>y = f(x)</math> Funktionsterm <math>f(x)</math></li> </ul>	Aufgaben bearbeiten, die die erwähnten Grundlagen über Funktionen abdecken	7	
Funktionsgraphen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• aus der Gleichung einer elementaren Funktion den Graphen skizzieren und aus dem Graphen einer elementaren Funktion seine Funktionsgleichung bestimmen</li> </ul>		6	
Lineare Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• den Graphen einer linearen Funktion als Gerade in der kartesischen Ebene darstellen</li> <li>• die Koeffizienten der Funktionsgleichung geometrisch interpretieren (Steigung, Achsenabschnitt)</li> </ul>	Erkennen von linearen Zusammenhängen in angewandten Beispielen, z.B. aus (kurzfristigen) Wirtschaftsprognosen	12	

Lerngebiete und Teilgebiete	Fachliche Kompetenzen	Ergänzungen, Konkretisierungen	Lektionen	Bemerkungen
	<ul style="list-style-type: none"> <li>die Funktionsgleichung einer Geraden aufstellen</li> <li>Schnittpunkte von Funktionsgraphen grafisch bestimmen und berechnen</li> <li>lineare Funktionen aus wirtschaftlichem Kontext herleiten, z.B. Preis-Absatz-Funktion</li> </ul>	Lineare Funktionen in der Wirtschaftsmathematik: Kostenfunktion, Ertragsfunktion, Gewinnfunktion; Berechnung des Break-even bzw. der Gewinnschwelle		
Gleichungen und Gleichungssysteme	Die Lernenden können			
Grundlagen	<ul style="list-style-type: none"> <li>gegebene Sachverhalte im wirtschaftlichen Kontext als Gleichung oder Gleichungssystem formulieren</li> <li>algebraische Äquivalenz erklären und anwenden</li> <li>den Typ einer Gleichung bestimmen und beim Lösen beachten, Lösungs- und Umformungsmethoden ziel führend einsetzen und Lösungen überprüfen</li> </ul>		4	
Gleichungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>lineare Gleichungen lösen</li> <li>Bruchgleichungen erkennen &amp; lösen</li> </ul>	Die Unbekannte isolieren können; Prozent- Rechnung, Mischungs- und Verteilungs-Aufgaben rechnen können; Textaufgaben in Gleichungen umwandeln; ,Variable im Nenner'-Aufgaben rechnen können OPTIONAL: Zahlenrätsel rechnerisch lösen	11	

## 2. Semester

Lerngebiete und Teilgebiete	Fachliche Kompetenzen	Ergänzungen, Konkretisierungen	Lektionen	Bemerkungen
	Die Lernenden können			
Lineare Gleichungssysteme	<ul style="list-style-type: none"> <li>ein lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen lösen</li> <li>die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen grafisch veranschaulichen und interpretieren</li> </ul>	Einsetzungs- und Additions-Verfahren anwenden können; Textaufgaben; Schnittpunkt zweier Geraden berechnen können; 2x2 Cramer'sche Determinanten OPTIONAL: Gleichsetzungs-Verfahren OPTIONAL: Gleichungssystem mit Variablen im Nenner OPTIONAL: 3x3 Determinanten	15 (10)	(zusätzliche Lektionen: Umsetzung in Informatik)
Elemente der Wirtschaftsmathematik	Die Lernenden können			
Grundlagen	<ul style="list-style-type: none"> <li>lineare Optimierung, Finanzmathematik und Preisbildung vertieft verstehen</li> <li>mathematische Modelle zur Lösung einfacher Probleme aus dem wirtschaftlichen Kontext einsetzen</li> <li>Problemstellungen zu einfacher und gemischter Verzinsung lösen</li> </ul>	Marchzins-Rechnungen	3	
Ungleichungen, Ungleichungssysteme und lineare Optimierung	<ul style="list-style-type: none"> <li>lineare Ungleichungen mit einer Variablen lösen</li> <li>gegebene Sachverhalte im wirtschaftlichen Kontext als Ungleichung oder Ungleichungssystem formulieren</li> <li>die Lösungsmenge eines linearen Gleichungs- oder Ungleichungssystems mit zwei Variablen grafisch veranschaulichen und interpretieren</li> <li>lineare Optimierungsprobleme mit zwei Variablen grafisch veranschaulichen und lösen (Formulierung und Darstellung der Nebenbedingungen als Ungleichungen; Formulierung und Darstellung der Zielfunktion; Suchen und Berechnen des Optimums durch Translation der Zielfunktion)</li> </ul>	Grafische Darstellung der Lösungsmenge von Ungleichungen  Grafische Darstellung von linearen Optimierungsproblemen mit dynamischer Algebra-Software	16 (4)  (4)	MSSK: vernetztes Denken (zusätzliche Lektionen: Umsetzung in Informatik)  (zusätzliche Lektionen: Umsetzung in Informatik)
Preisbildung	<ul style="list-style-type: none"> <li>Probleme der vollkommenen Konkurrenz mit linearen Funktionen für Angebot und Nachfrage modellieren und algebraisch lösen</li> <li>die Preisbildung bei Monopolen erklären sowie mit einfachen Modellen den optimalen Preis und die Gewinnzone ermitteln</li> </ul>		6	

## 3. Semester

Lerngebiete und Teilgebiete	Fachliche Kompetenzen	Ergänzungen, Konkretisierungen	Lektionen	Bemerkungen
Arithmetik / Algebra	Die Lernenden können			
Grundlagen	<ul style="list-style-type: none"> <li>Strukturen von algebraischen Ausdrücken erkennen und beim Berechnen sowie Umformen entsprechend berücksichtigen</li> </ul>		1	auch im 1. Semester
Zahlen und zugehörige Grundoperationen	<ul style="list-style-type: none"> <li>den Aufbau der Zahlen verstehen (Vorzeichen, Betrag, Rundung, Ordnungsrelationen) und Zahlen nach Zahlenarten klassieren (N, Z, Q, R)</li> <li>Zahlenmengen, insbesondere Intervalle, notieren und mithilfe der Zahlengeraden visualisieren</li> <li>Grundoperationen in verschiedenen Zahlenmengen unter Einhaltung der Regeln (Vorzeichenregeln, Hierarchie der Operationen) durchführen</li> </ul>		3	auch im 1. Semester
Grundoperationen mit algebraischen Termen	<ul style="list-style-type: none"> <li>Algebraische Terme unter Einhaltung der Regeln für die Grundoperationen umformen, ohne Polynomdivision</li> <li>Polynome 2. Grades in Linearfaktoren zerlegen</li> </ul>		4	auch im 1. Semester
Gleichungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>quadratische Gleichungen lösen</li> </ul>	Reinquadratische Gleichungen lösen können; Allgemeine Quadratische Gleichung mit Lösungsformel lösen können; Begriff der Diskriminante kennen & verstehen; Technik des Quadratischen Ergänzens OPTIONAL: Rechenbeispiele aus der Kinematik (zum Beispiel Bremsweg, Brunntiefe, Echo-Lot)	8	
Quadratische Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> <li>den Graphen einer quadratischen Funktion als Parabel visualisieren</li> <li>die verschiedenen Darstellungsformen der Funktion geometrisch interpretieren (Öffnung, Nullstellen, Scheitelpunkt, Achsenabschnitte)</li> <li>Schnittpunkte von Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch bestimmen</li> </ul>	Parabel zeichnen  Quadratisches Optimieren	8 (4) (8)	(zusätzliche Lektionen: Umsetzung in Informatik)
Potenzen	<ul style="list-style-type: none"> <li>die Potenzgesetze mit ganzzahligen und rationalen Exponenten verstehen und auf einfache Beispiele anwenden</li> <li>die Hierarchie der Operationen erkennen und anwenden</li> </ul>		12 (6)	(zusätzliche Lektionen: Umsetzung in Informatik)
Gleichungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>elementare Potenzgleichungen mit ganzzahligen und rationalen Exponenten lösen</li> </ul>		2	

## 4. Semester

Lerngebiete und Teilgebiete	Fachliche Kompetenzen	Ergänzungen, Konkretisierungen	Lektionen	Bemerkungen
	Die Lernenden können			
Potenz- und Wurzelfunktionen	<ul style="list-style-type: none"> <li>die Wurzelfunktion als Umkehrfunktion der Potenzfunktion mit ganzzahligem Exponenten berechnen, interpretieren und grafisch darstellen</li> </ul>	OPTIONAL: Rechenbeispiele aus der Kinematik (zum Beispiel Tsunami: Wellen-Ausbreitungsgeschwindigkeit)	4	
Logarithmen	<ul style="list-style-type: none"> <li>eine Exponentialgleichung in die entsprechende Logarithmusgleichung umschreiben und umgekehrt  <math display="block">a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b)</math> mit <math>a, b \in \mathbb{R}^+, a \neq 1</math></li> <li>die Logarithmengesetze bei Berechnungen anwenden</li> <li>mit Logarithmen in verschiedenen Basen numerisch rechnen</li> </ul>	Im besonderen natürlicher Logarithmus und Zehnerlogarithmus  OPTIONAL: logarithmische Renditen	16 (4)	(zusätzliche Lektionen: Umsetzung in Informatik)
Exponential- und Logarithmusfunktionen  (Gleichungen)	<ul style="list-style-type: none"> <li>die Koeffizienten a, b und c der Exponentialfunktion <math>f: x \rightarrow a \cdot e^{b \cdot x} + c</math> interpretieren (Wachstums-, Zerfalls- und Sättigungsprozesse)</li> <li>die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion berechnen und visualisieren</li> <li>elementare Exponential- und Logarithmusgleichungen lösen</li> </ul>	OPTIONAL: logistische Funktion („S-Kurve“)	10	MSSK: ökologisches Bewusstsein
Zinseszinsrechnung	<ul style="list-style-type: none"> <li>die Grundformel der Zinseszinsrechnung auf Schulden und andere wirtschaftliche Bereiche anwenden</li> <li>die Grundformel zur Berechnung des äquivalenten Zinssatzes einsetzen und nach allen Variablen auflösen</li> <li>die Grundformel der Annuität im wirtschaftlichen Kontext anwenden und dabei nach allen Variablen (ausser dem Zins) auflösen</li> <li>die Grundformel der Annuität auf Darlehen und Renten anwenden</li> <li>weitere Aufgaben zur Kapitalisierung und Annuität lösen</li> </ul>	Rentenrechnung (Barwert, Endwert, vorschüssige und nachschüssige Rente; OPTIONAL: Schulden-Tilgung)	8 (6)	(zusätzliche Lektionen: Umsetzung in Informatik)



## 6. Semester

Lerngebiete und Teilgebiete	Fachliche Kompetenzen	Ergänzungen, Konkretisierungen	Lektionen	Bemerkungen
	Die Lernenden können			
Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	(Fortsetzung aus 5. Semester)	Berechnung der Wahrscheinlichkeit mehrstufiger Zufallsversuche: Baumdiagramme zeichnen können und mit den Pfadregeln Wahrscheinlichkeiten berechnen können OPTIONAL: Binomialkoeffizienten	10	MSSK: Selbstkompetenz: eigenständiges Erarbeiten des Wissens mittels Selbststudium eines Buch-Kapitels
Zufallsgrössen & Erwartungswerte	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zufallsgrösse</li> <li>• Erwartungswert</li> </ul>	Zufallsgrösse als Funktion; (kumulierte) Verteilung von Zufallsgrössen; Erwartungswert von einfachen Zufallsgrössen berechnen können OPTIONAL: Binomialverteilung, Normalverteilung	10	
Gesamt-Repetition			12	