

## Einschätzungstest Mathematik

### Teil 1: Algebra

Die Aufgaben sind ohne Taschenrechner zu lösen.

1. **Vereinfachen** Sie so weit wie möglich.

Aufgabestellung	Lösung
a) $x - \left[ \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}(2x + y) \right] - 2 \cdot \left( x - \frac{1}{2}y \right)$	
b) $\frac{2 \cdot (2a - 3) + 3 \cdot (2b + 2)}{2a + 3b}$	
c) $\frac{\frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{a}}$	
d) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{20}}$	

2. **Term ausrechnen.** Setzen Sie die Zahlen in den gegebenen Term ein und berechnen Sie den Wert des Terms.

Einzusetzende Zahl	Term	Lösung
a) $x = -1$	$\frac{x \cdot (3 - 2x)}{2 - x^3}$	a)
b) $x = 2$		b)

3. **In Faktoren zerlegen.** Zerlegen Sie den Summenterm in möglichst viele Faktoren.

	Summenterm	Lösung
a)	$x^3 + x^2 - 2x$	
b)	$a^2 - 2ab - 15b^2$	
c)	$16z^4 - 1$	

4. **Gleichungen lösen.** Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichungen in der Grundmenge  $\mathbb{R}$ .

	Gleichung	Lösungsmenge
a)	$2 - (3x - 2) = 7 \cdot (x + 1) - 8$	
b)	$(2 - x) \cdot (3 + 2x) = x \cdot (1 - 2x)$	
c)	$\frac{3}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2 - 1}$	
d)	$4x^2 - (2x - 1)^2 = 4x - 1$	

5. **Kürzen** Sie folgende Brüche soweit wie möglich.

	Bruchterm	Lösung
a)	$\frac{x^2 - 6x + 8}{6x^2 - 12x}$	
b)	$\frac{c \cdot (a - 3) + 2 \cdot (3 - a)}{6 - 2a}$	

6. **Darstellung in Exponentialform.** Vereinfachen Sie den Bruch soweit möglich und schreiben Sie das Resultat in Exponentialform.

	Bruchterm	Darstellung in Exponentialform
a)	$\frac{5 \cdot 10^{500}}{2 \cdot 10^{100}}$	
b)	$\frac{x^{20} - x^{10}}{x^5}$	

7. **Andere Darstellung.** Ergänzen Sie in den leeren Feldern der Tabelle die Zahl im gewünschten Format. (z.B. 4500 ↔  $4.5 \cdot 10^3$ )

	Dezimalzahl	Exponentialform
a)	.....	$3.64 \cdot 10^{-5}$
b)	74.88 Millionen	.....

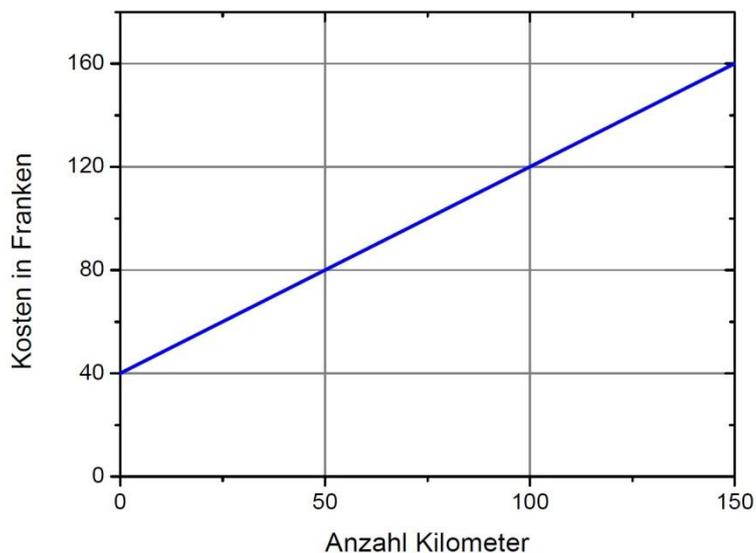
8. **Formel umschreiben.** Lösen Sie die Formel nach der gesuchten Grösse auf.

Formel	Nach folgender Grösse umschreiben
a) $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	$v = \dots\dots\dots$
b) $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$	$h = \dots\dots\dots$
c) $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$	$b = \dots\dots\dots$

9. Jemand besitzt **100 Münzen**. Es hat nur Fünfliber (Fr. 5.-) und Zweifrankenstücke (Fr. 2.-) dabei. Der Gesamtwert dieser Münzen beträgt 308 Franken. Wie viele Fünfliber sind dabei? Ermitteln Sie die Lösung mit einem Gleichungssystem.

10. **Kostenvergleich.** Zwei Unternehmen vermieten den gleichen Fahrzeugtyp. Tarifmodell A ist aus der Grafik, Tarifmodell B aus der Tabelle ersichtlich.

### Tarifmodell A



### Tarifmodell B

Grundgebühr	Preis pro Kilometer
Fr. 60.–	Fr. –.60

a) Ab welcher Fahrstrecke ist Tarifmodell B vorteilhafter?

Antwort: .....

b) Füllen Sie in der Tabelle die fehlenden Werte ein.

Gefahrene Kilometer	Gesamtkosten bei Unternehmen A	Gesamtkosten bei Unternehmen B
50	.....	.....
.....	140	.....
.....	.....	165

## Lösungen

### Teil 1: Algebra

1. a)  $y$  ;    b)  $2$  ;    c)  $\frac{1}{a-1}$  ;    d)  $3$
2. a)  $-5/3$  ;    b)  $1/3$
3. a)  $x \cdot (x+2) \cdot (x-1)$  ;    b)  $(a-5b) \cdot (a+3b)$  ;    c)  $(4z^2+1) \cdot (2z+1) \cdot (2z-1)$  ;
4. a)  $x = 1/2$  ;    b)  $x = \{\}$  (leere Menge) ;    c)  $x = 3$  ;    d)  $x = \mathbb{R}$  (jede reelle Zahl ist Lösung)
5. a)  $\frac{x-4}{6x}$  ;    b)  $1 - 1/2 c$  ;
6. a)  $2.5 \cdot 10^{400}$  ;    b)  $x^5 \cdot (x^{10} - 1) = x^{15} - x^5$  ;
7. a)  $0.0000364$  ;    b)  $7.488 \cdot 10^7$  ;
8. a)  $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m}}$  ;    b)  $h = \frac{3 \cdot V}{\pi \cdot r^2}$  ;    c)  $b = \frac{f \cdot g}{g-f}$  ;
9. Gleichungssystem:  $x + y = 100$ ;  $5x + 2y = 308$ ;    Lösung:  
 $x = 36, y = 64$ ;  $\rightarrow$  36 Fünfliber
10. a) Ab 100 Kilometer ist Tarifmodell B günstiger.
- b) Fehlende Werte in Tabelle:

Km	Kosten A	Kosten B
50	80	90
125	140	135
175	180	165

Abwagsseil

BM / EW /

Teil 1: Algebra

$$\begin{aligned}
 1.) \quad a) \quad & x - \left[ \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}(2x+y) \right] - 2 \cdot \left( x - \frac{1}{2}y \right) \\
 & = x - \left[ \frac{1}{2}y - x - \frac{1}{2}y \right] - 2x + y = x + x - 2x + y \\
 & = y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad & \frac{2 \cdot (2a-3) + 3 \cdot (2b+2)}{2a+3b} = \frac{4a-6+6b+6}{2a+3b} \\
 & = \frac{4a+6b}{2a+3b} = \frac{2 \cdot (2a+3b)}{(2a+3b)} = 2
 \end{aligned}$$

$$c) \quad \frac{\frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{a}} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{a-1}{a}} = \frac{1}{a} \cdot \frac{a}{a-1} = \frac{1}{a-1}$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad & \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{180}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{180}{20}} = \sqrt{9} \\
 & = 3
 \end{aligned}$$

$$2. \quad a) \quad \frac{-1 \cdot (3-2 \cdot (-1))}{2 - (-1)^3} = \frac{-1 \cdot (3+2)}{2 - (-1)} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$b) \quad \frac{2 \cdot (3-2 \cdot 2)}{2-2^3} = \frac{2 \cdot (-1)}{2-8} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

$$3.) \quad a) \quad x^3 + x^2 - 2x = x \cdot (x^2 + x - 2) = x \cdot (x+2) \cdot (x-1)$$

$$b) \quad a^2 - 2ab - 15b^2 = (a-5b) \cdot (a+3b)$$

$$c) \quad 16z^4 - 1 = (4z^2+1) \cdot (4z^2-1) = (4z^2+1) \cdot (2z+1) \cdot (2z-1)$$

$$\begin{aligned}
 4.) \quad a) \quad & 2 - (3x-2) = 7(x+1) - 8 \\
 & 2 - 3x + 2 = 7x + 7 - 8 \\
 & 4 - 3x = 7x - 1 \\
 & 5 = 10x \rightarrow x = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad & (2-x) \cdot (3+2x) = x \cdot (1-2x) \\
 & 6 + 4x - 3x - 2x^2 = x - 2x^2 \\
 & 6 + x = x \Rightarrow 6=0! \Rightarrow \emptyset
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad & \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1} \quad | \cdot (x+1) \cdot (x-1) \\
 & 3 \cdot (x-1) - (x+1) = 2 \rightarrow 3x - 3 - x - 1 = 2 \\
 & 2x - 4 = 2 \\
 & 2x = 6 \rightarrow x = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad & 4x^2 - (2x-1)^2 = 4x-1 \\
 & 4x^2 - [4x^2 - 4x + 1] = 4x-1 \\
 & 4x^2 - 4x^2 + 4x - 1 = 4x-1 \\
 & 0 = 0 \rightarrow x = \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

$$5.) \quad a) \quad \frac{x^2 - 6x + 8}{6x^2 - 12x} = \frac{(x-2) \cdot (x-4)}{6x \cdot (x-2)} = \frac{x-4}{6x}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad & \frac{c \cdot (a-3) + 2 \cdot (3-a)}{6-2a} = \frac{-c \cdot (3-a) + 2 \cdot (3-a)}{2 \cdot (3-a)} \\
 & = \frac{(2-c) \cdot (3-a)}{2 \cdot (3-a)} = \frac{2-c}{2} = 1 - \frac{c}{2}
 \end{aligned}$$

$$6.) \quad a) \quad \frac{5 \cdot 10^{500}}{2 \cdot 10^{100}} = \frac{2.5 \cdot 10^{400}}{2}$$

$$b) \quad \frac{x^{20} - x^{10}}{x^5} = \frac{x^{10} \cdot (x^{10} - 1)}{x^5} = x^5 \cdot (x^{10} - 1) = x^{15} - x^5$$

- 7.) a) 0,0000364  
 b)  $7,488 \cdot 10^7$

8.) a)  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$   
 b)  $h = \frac{3V}{r^2 \cdot \pi}$   
 c)  $b = \frac{f \cdot g}{g - f}$

9.) 
$$\left. \begin{array}{l} \text{Fürfächer: } x \\ \text{Zweitfächer: } y \end{array} \right\} \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 5x + 2y = 308 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r} 5x + 5y = 500 \\ \underline{5x + 2y = 308} \\ 3y = 192 \end{array} \rightarrow y = 64 \rightarrow \underline{\underline{x = 36}}$$

10.) Modell A:  $y_1 = 0,8 \cdot x + 40$   
 Modell B:  $y_2 = 0,6 \cdot x + 60$   
 a)  $y_1 = y_2 \rightarrow 0,8x + 40 = 0,6x + 60 \rightarrow 0,2x = 20$   
 $\underline{\underline{x = 100}}$   
 ab 100 km ist Modell B günstiger

b)

Km	Kosten A	Kosten B
50	80	90
125	140	135
175	180	165